RELAZIONI

**Prodotto di relazioni** Date due relazioni e , il loro prodotto è così definita: .

Il codominio della prima relazione deve corrispondere con il domino della seconda (Le due relazioni sono componibili).

Matrice: prodotto riga per colonna delle matrici

Se le relazioni si dicono permutabili.

**Relazione inversa** data la sua inversa è data da

Grafo: si invertono le frecce

Matrice: si traspone

**Unione di relazioni** somma con soglia delle matrici

**Intersezione di relazioni** matrice ha 1 dove in entrambe le matrici di cui si fa intersezione c’era 1

**Proprietà seriale**

Grafo: da ogni vertice esce almeno un arco

Matrice: Su ogni riga almeno un 1

**Proprietà riflessiva**

Grafo: su ogni vertice autoanello

Matrice: diagonale principale di tutti 1

**Proprietà simmetrica**

Grafo: ogni arco ha doppia freccia

Matrice: è simmetrica

**Proprietà antisimmetrica**

Grafo: unici archi con doppia freccia sono gli autoanelli

Matrice: ogni 1 della matrice, tranne che sulla diagonale, ha in posizione simmetrica uno 0 (gli 0 possono avere 0)

**Proprietà transitiva**

Grafo: ogni volta che c’è anche

Matrice: se 1 in e in allora anche in

Equivale a verificare che con M matrice.

Per aggiungere transitività con matrice si moltiplica la matrice per se stessa fino a che il prodotto si stabilizza e si fa unione di tutte le matrici ottenute

**P-Chiusura di R** Minima relazione che contiene R e ha tutte le proprietà di P. Per determinare una chiusura aggiungere alla relazione le proprietà della chiusura

**Relazione di Equivalenza** Relazione binaria su un insieme che sia riflessiva, simmetrica, transitiva

**Equivalenza associata**

Con le matrici:

**Determinare tutte relazioni di equivalenza contenenti una relazione R** Determinare la chiusura di equivalenza e poi tutte le relazioni che la contengono e sono di equivalenza, per farlo considerare le combinazioni che si ottengono unendo classi di equivalenza all’interno della chiusura

**Classe di equivalenza** insieme degli elementi in relazione all’elemento rappresentante

L’insieme delle classi di equivalenza di R su A (Partizione indotta da R su A) è l’**insieme quoziente**. Si indica con .

**Descrivere il quoziente con R di equivalenza**

Grafo: insiemi che non hanno frecce che li collegano

Matrice: Blocchi di 1, quando la matrice è ordinata in modo da averne

Ognuno di essi è una classe di equivalenza con come rappresentante

**Congruenza modulo n** se è un multiplo di , cioè se

**Classi di resto modulo n** è la classe di resto nella congruenza modulo , cioè dei numeri , infatti

**Dimostrare che una relazione sia d’equivalenza (ESEMPIO)**

è riflessiva e transitiva, dimostrare che *E* sia d’equivalenza.

Riflessiva: per ipotesi

Simmetrica: (perché è commutativo)

Transitiva: (perché commutativo e R transitiva)

**Relazione d’ordine** Relazione binaria su un insieme che sia riflessiva, antisimmetrica, transitiva; Indicata con

Se non è riflessiva si ha una relazione d’ordine stretto

**Determinare tutte relazioni d’ordine contenenti una relazione R** Determinare la chiusura d’ordine aggiungendo riflessività e transitività e verificando antisimmetricità (se non c’è allora non esistono) e poi tutte le relazioni che la contengono e sono d’ordine, modificando la matrice in tutti i modi mantenendo antisimmetricità.

**Determinare matrice della relazione d’ordine associata**

Allora , dove P assegna a ogni elemento la sua classe di equivalenza; se avessimo ad esempio le classi: la matrice di P sarebbe:

e la sua trasposta

**Relazione ben definita (o ben posta)**

se

La relazione non dipende dal rappresentante di classe scelto

**Diagramma di Hasse** grafo di una relazione d’ordine senza autoanelli e direzioni ma elementi ordinati a livelli dal basso verso l’alto secondo la relazione

**Minimale**

NB: elementi da soli nel diagramma di hasse sono sia minimali che massimali

**Minimo**

Un minimale è minimo se è l’unico minimale (il minimo deve essere unico)

**Minorante**

**Inf(B)** massimo dei minoranti

**Reticolo** insieme parzialmente ordinato tale che per ogni coppia di elementi siano definiti inf e sup

**Funzione** relazione tale che

Grafo: uno e un solo arco da ogni vertice di A

Matrice: uno e un solo 1 su ogni riga

**Funzioni contenute in una relazione** sono date da tutte le matrici possibili eliminando gli 1 dalla matrice della relazione in modo da avere uno e un solo 1 su ogni riga

Il loro numero è dato dal prodotto tra il numero di volte che si ripetono gli 1 in ogni riga

**Quante funzioni da A a B**

**Iniettività**

Deve essere

Grafo: uno e un solo arco da ogni elemento di A e al massimo un arco arriva a ogni elemento di B

Matrice: uno e un solo 1 su ogni riga e al più un 1 su ogni colonna

NB: ogni funzione da un insieme finito in sé stesso è iniettiva se e solo se è suriettiva

**Suriettività**

Grafo: uno e un solo arco da ogni elemento di A e almeno un arco arriva ad ogni elemento di B

Matrice: uno e un solo 1 su ogni riga e almeno un 1 su ogni colonna

**Biunivocità** iniettiva e suriettiva

Grafo: uno e un solo arco da ogni elemento di A e uno e un solo arco arriva a ogni elemento di B

Matrice: uno e un solo 1 su ogni riga e ogni colonn1

iniettive(suriettive) iniettivo(suriettivo)

iniettivo iniettiva

suriettivo suriettiva

**Relazione inversa**

**Inversa destra**

Una funzione ha inversa destra se è iniettiva

**Inversa sinistra** k

Una funzione ha inversa sinistra se è suriettiva

**Inversa**

Una funzione ha inversa se è biunivoca

Possono esistere infinite inverse destre e sinistre ma esiste una sola inversa. Se una funzione ammette inversa allora tutte le sue inverse destre e sinistre coincidono con essa

**Nucleo**

Esiste sempre una funzione (proiezione canonica di a sul suo insieme quoziente ) suriettiva

**Cardinalità** due insiemi hanno la stessa cardinalità (si scrive ) se esiste una corrispondenza biunivoca tra loro.

Un insieme è infinito se e solo se può essere messo in corrispondenza biunivoca con un suo sottoinsieme proprio.

Numerabile: ha cardinalità di

Continuo: ha cardinalità di

Ogni insieme ha cardinalità strettamente inferiore al suo insieme delle parti.

STRUTTURE ALGEBRICHE

**Elemento neutro** t.c. per ogni : (sx) e (dx)

**Zero** t.c. per ogni : (sx) e a (dx)

**Inverso** se esiste l’elemento neutro allora è t.c.

**Struttura algebrica** coppia dove è un insieme non vuoto, detto *sostegno,* e è un insieme non vuoto di operazioni su . La cardinalità di si chiama ordine della struttura.

**Strutture simili** hanno lo stesso numero di operazioni con la stessa arità

**Semigruppo** dove è una operazione binaria associativa

**Monoide** dove è una operazione binaria associativa e è l’elemento neutro.

L’elemento neutro di un monoide è unico.

**Gruppo** dato il monoide , è un gruppo se ogni elemento di A ammette inverso

In un gruppo ogni elemento ha un unico inverso

Per ogni esiste t.c. ed esiste t.c.

Per ogni le equazioni e ammettono ciascuna una e una sola soluzione in .

Leggi di cancellazione per ogni se allora e se allora

Gruppo abeliano Gruppo in cui l’operazione è commutativa

**Anello** in cui è un gruppo abeliano, detto *gruppo additivo* dell’anello, e è un semigruppo, detto *semigruppo moltiplicativo* dell’anello, e valgono le proprietà distributive di rispetto a , cioè:

e

Anello con unità il semigruppo moltiplicativo è un monoide.

Anello commutativo il semigruppo moltiplicativo è commutativo.

Privo di divisori dello zero non esistono diversi da 0 t.c.

Un anello è privo di divisori dello zero se e solo se nel semigruppo valgono le leggi di cancellazione.

Corpo Anello in cui gli elementi *diversi dallo zero* formano un gruppo rispetto al prodotto (esiste neutro e ognuno ha inverso)

Campo Corpo in cui il prodotto gode della proprietà commutativa, cioè in un campo: è un gruppo abeliano, è un gruppo abeliano, valgono le proprietà distributive del prodotto rispetto alla somma.

NB: Ogni corpo finito è un campo

**Reticolo** dove e sono operazioni associative e commutative sull’insieme non vuoto , per le quali valgono le leggi di assorbimento: e

**Sottostruttura** data una struttura algebrica, una sua sottostruttura è un suo sottoinsieme non vuoto che è una struttura dello stesso tipo rispetto a tutte le sue operazioni.

**Sottosemigruppo** Dato il semigruppo , un sottoinsieme è un sottosemigruppo se e solo se per ogni si ha

**Sottomonoide** Dato il monoide , un sottoinsieme è un sottomonoide se e solo se per ogni si ha e

**Sottogruppo** *primo criterio del sottogruppo*: Dato il gruppo , un sottoinsieme è un sottogruppo se e solo se per ogni si ha e

*secondo criterio del sottogruppo*: Dato il gruppo , un sottoinsieme è un sottogruppo se e solo se per ogni si ha

*terzo criterio del sottogruppo*: Se è un insieme finito, un sottoinsieme è un sottogruppo se e solo se per ogni si ha

L’insieme formato dal solo elemento neutro e l’intero gruppo sono *sottogruppi banali*.

Sottogruppo generato Sia o un gruppo e sia . L’insieme o è un sottogruppo di detto *sottogruppo generato* da .

Se esiste t.c. , allora è un gruppo ciclico e l’elemento è un generatore di .

Sottogruppo normale sottogruppo per cui ogni e per ogni si ha , si scrive

L’insieme di dice *coniugato*.

Un sottogruppo di un gruppo abeliano è sempre normale.

**Sottoanello** *primo criterio del sottoanello*: Dato l’anello , un sottoinsieme è un sottoanello se e solo se per ogni si ha e e

*Secondo criterio del sottoanello*: Dato l’anello , un sottoinsieme non vuoto è un sottoanello se e solo se per ogni si ha e

Sottoanello ideale un sottoanello di si dice ideale se per ogni e per ogni si ha e , si scrive

Dato l’anello , un sottoinsieme di è un ideale se e solo se per ogni si ha e per ogni si ha e

* Stabilire I non sia vuoto, basta fornire un elemento
* Mostrare che l’inverso appartiene ad I
* Mostrare chiusura rispetto a somma
* Mostrare
* Mostrare

**Sottocampo** *Primo criterio del sottocampo*: Dato il campo , un sottoinsieme è un sottocampo se e solo se per ogni si ha e e , e, se ,

*Secondo criterio del sottocampo*: Dato il campo , un sottoinsieme è un sottocampo se e solo se e per ogni si ha e, se ,

**Teorema di Lagrange** Sia un gruppo di ordine , allora ogni suo sottogruppo ha ordine che divide

**Teorema** Sia un gruppo abeliano di ordine , allora per ogni divisore di esiste un sottogruppo di ordine

**Relazione compatibile** una relazione su è compatibile con una operazione se per ogni tali che e allora

**Relazione di congruenza** Relazione compatibile con tutte le operazioni dello spazio algebrico.

Intersezione di congruenze, la relazione universale e sono congruenze.

La minima congruenza contenente una relazione è la congruenza generata da su .

**Operazione indotta** funzione dove è una congruenza e è l’arità dell’operazione . Definita da

**Struttura quoziente** di su una congruenza è la struttura avente come sostegno l’insieme quoziente di A rispetto a R e come insieme di operazioni l’insieme di indotte dalle operazioni originali.

**Omomorfismo** è una funzione tra due strutture algebriche simili che conserva le operazioni.

Omomorfismo tra gruppi è un omomorfismo tra due gruppi e se e solo se per ogni si ha

Omomorfismo tra anelli è un omomorfismo tra due anelli e se e solo se per ogni si ha e

Monomorfismo omomorfismo iniettivo

Epimorfismo omomorfismo suriettivo

Isomorfismo omomorfismo biunivoco

Endomorfismo omomorfismo tra due strutture uguali

Automorfismo endomorfismo biiettivo

La composizione di mono/epi/isomorfismi è dello stesso tipo.

Siano e due strutture simili e sia un omomorfismo tra loro, la relazione è una congruenza su .

**Proiezione canonica** definita da è un epimorfismo tra e e

**Teorema di fattorizzazione degli omomorfismi** Siano e due strutture simili e sia un omomorfismo tra loro. Sia la struttura quoziente di rispetto alla congruenza e sia la proiezione canonica tra e . Allora esiste unico un monomorfismo tra e tale che . Inoltre se è un epimorfismo allora è un isomorfismo.

**Equazioni di aritmetica modulare**

Del tipo in o

Calcolare

* Se ( è primo con ) allora l’equazione ha una e una sola soluzione: ogni ha inverso quandi risulta
* Altrimenti l’equazione può ammettere più soluzioni oppure nessuna: ogni è un divisore dello zero, quindi possiamo dedurre, al massimo, la sola esistenza delle soluzioni.

COSE UTILI:

**Matrice singolare**: ha determinante nullo

**Matrice inversa**: dove è la matrice aggiunta ottenuta come segue: Si trova la matrice formata dai complementi algebrici di A (Ogni elemento si sostituisce con il numero ottenuto così: si elimina la sua riga e la sua colonna dalla matrice, si calcola il determinante poi e si moltiplica per (-1)n+k con n e k rispettivamente il numero di riga e colonna) e si scrive la trasposta di quella appena trovata

**Funzione identica** del tipo

**Elemento neutro spazio matrici con prodotto** è la matrice identità

LOGICA PROPOSIZIONALE

**Interpretazioni**

… è 0 solo se

… è 1 se A e B hanno stesso valore

NB: una formula con lettere enunciative ha possibili valutazioni

**Modello** una valutazione di una formula è un suo modello se vale 1

**Formula soddisfacibile** Una formula è soddisfacibile se esiste almeno un suo modello, cioè se almeno una sua valutazione vale 1, altrimenti è detta insoddisfacibile (o contraddizione)

**Tautologia (f.b.f. valida)** Formula per cui ogni valutazione è un modello, si scrive

Se si considera un **insieme di f.b.f.** un modello è una valutazione che sia modello per ogni f.b.f. , mentre si dice soddisfacibile se esiste almeno un suo modello

**Determinare se un insieme di formule è soddisfacilbile**

A) Scrivere tavola di verità per tutte le formule, se c’è un modello che le soddisfa tutte allora l’insieme è soddisfacibile.

[ESEMPIO]

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

Esiste un input, che è [1,1], che è modello di entrambe le formule, quindi l’insieme è soddisfacibile

B) Scrivere l’albero semantico e verificare si trovi una formula vera

**Conseguenza semantica** è conseguenza semantica di se ogni modello di è modello di , si scrive

**Teorema di deduzione semantica** sse

Corollario 1 (f. debole) sse [ *è una tautologia*]

Corollario 2

**Stabilire se affermazione è corretta [ESEMPIO]**

A) Con definizione è conseguenza semantica di se ogni modello di è modello di , verificarlo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B |  |
| 0 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | **1** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B |  |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Modelli di : [0,0] [1,1]

Tutti sono anche modelli di , dunque affermazione corretta

B) Con Th di ded. Semantica sse

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |

Essendo l’ultima colonna di tutti 1, dunque affermazione corretta

C) Si può anche usare il secondo corollario del Th. di ded. sem.

**Soddisfare**  A deve avere un modello in corrispondenza del quale B sia falsa

**Teorema di compattezza** soddisfacibile sse lo è ogni suo sottoinsieme

**Equivalenza semantica** se tutti i modelli di A sono modelli di B e viceversa

Corollario 1 sse [ *è una tautologia*]

Le formule non semanticamente equivalenti con lettere enunciative sono

**Dimostrare equivalenza** scrivere tavole di verità, se sono uguali allora formule sono equivalenti

**Costruzione di una formula data la sua tavola di verità**

Forma normale disgiuntiva si considerano le righe in cui la formula vale 1, per ognuna si scrive l’AND delle sue lettere enunciative o della loro negazione, a seconda di se valgono rispettivamente 1 o 0 su quella riga. Si fa l’OR dei termini così ottenuti

Forma normale congiuntiva si considerano le righe in cui la formula vale 0, per ognuna si scrive l’OR delle sue lettere enunciative o della loro negazione, a seconda di se valgono rispettivamente 0 o 1 su quella riga. Si fa l’AND dei termini così ottenuti

In alternativa, considerando le stesse righe in cui la formula vale 0, per ognuna si procede come nella forma disgiuntiva, e infine si piazza un NOT di fronte all’intera espressione. (con de morgan si torna a forma congiuntiva)

SEMPLIFICAZIONI[ESEMPIO]

**Insiemi adeguati di connettivi**

Ogni f.b.f. si può riscrivere utilizzando solo questi insiemi

**Equivalenze fondamentali**

e sono commutative e associative:

distributività

leggi di assorbimento

leggi di De Morgan

legge di contrapposizione

def. implicazione

def. doppia implicazione

legge di non contraddizione

legge del terzo escluso

**Teorema di**  formula ottenuta da una dimostrazione a partire dagli assiomi e dalle regole di inferenza di , si scrive

**Deducibilità**  è deducibile in dall’insieme di f.b.f. se esiste una sequenza di formule derivanti da e che termina con , si scrive

**Modus ponens**

**Teorema di correttezza e di completezza (forte)**

**Stabilire se** per Th di correttezza: sse , stabilire se l’affermazione è corretta, se si allora è vero che

**Teorema di deduzione sintattica**

**Clausola**: disgiunzione finita di letterali, esempio:

**In forma a clausole** formula scritta come congiunzione di clausole

**Insieme delle clausole** [ESEMPIO]: si scrive in forma normale congiuntiva:

Quindi l’insieme delle clausole è

Forma a clausole è

**Regola di risoluzione**

se C è deducibile da si scrive

**Teorema di correttezza e completezza per refutazione**

Un insieme di clausole è insoddisfacibile(inconsistente) se e solo se dove rappresenta l’insieme vuoto di letterali

NB: da questo teorema e dal Corollario 2 del teorema di deduzione semantica si ricava che una formula è semanticamente deducibile da un insieme di f.b.f. sse

**Stabilire se un insieme di f.b.f. è soddisfacibile(consistente) o no**

Trovare forma a clausole, risolvere, se si trova allora è insoddisfacibile, se non si riesce a trovare verificare soddisfacibilità di con albero oppure trovando il risolvente completo e verificando che non contenga

[ESEMPIO]

non si riesce a risolvere per trovare

Trovare risolvente completo:

I risolventi si calcolano combinando elementi di tutti i livelli superiori a coppie contenenti al più un letterale opposto

Nel risolvente completo (unione di tutti i livelli) non compare mai , quindi è consistente

**Stabilire se una f.b.f. è cons. semantica di insieme di f.b.f.**

Trovare l’insieme delle clausole di e di , scrivere l’insieme di tutte queste clausole. Risolvere a partire da per stabilirne consistenza. Se si riesce a trovare , è inconsistente e vale , se è consistente non vale la cons. sem.

[ESEMPIO]: stabilire la correttezza di:

Sono e

Quindi e

Per cui

Si può risolvere nel seguente modo:

Essendo inconsistente, vale

**Provare che**

Per th. ded. sint.

Stabilire se è vero che

LOGICA DEL PRIMO ORDINE

**Traduci in linguaggio del primo ordine**

[ESEMPIO]: con identità

Ogni due numeri Naturali diversi da 0 hanno un unico massimo comun divisore:

x diverso da zero:

z è divisore di x:

z è div. com. di x e y:

z è massimo c.d. di x e y: z è c.d. di x e y e se w è c.d. di x e y allora w è un div. di z

Frase completa:

[ESEMPIO]: con identità

Il quadrato di un positivo è positivo, di un negativo è positivo. Essendo il quadrato di 0 non negativo, nessun negativo è un quadrato.

Quadrato di pos è pos:

Quadrato di neg è pos:

Se 0 non neg, no neg è un quadrato:

Argomentazione:

**Campo d’azione di**  in è

**Occorrenza vincolata** si trova nel campo d’azione di un quantificatore di cui è argomento o è l’argomento stesso [ESEMPIO]:

**Occorrenza libera** non vincolata [ESEMPIO]: in o

Insieme variabili libere:

Se la f.b.f. si dice chiusa, altrimenti aperta

**Chiusura universale e esistenziale** dato , la chiusura universale di una f.b.f. è , quella esistenziale è

**Termine libero per una variabile x** *t* tale che nessuna occorrenza libera di x cade nel campo d’azione di un quantificatore che abbia come argomento una variabile che compare in *t*

[ESEMPIO]:

f(x,y) non è libero per x perché x è libera e cade nel campo di azione di un quantificatore che ha per argomento y che è una variabile di f(x,y)

f(x,z) è libero rispetto a z

**Interpretazione** Sia una f.b.f. e siano una struttura interpretativa e un assegnamento. è una intepretazione.

Se soddisfa in allora l’interpretazione è un **modello**

Si scrive:

Se si ha insieme di f.b.f. un modello lo è se modello per tutte le f.b.f.

**f.b.f. soddisfacibilità**

In una struttura interpretativa:

*Soddisfacibile*: esiste un assegnamento che la soddisfa, altrimenti è insoddisfacibile o falsa

*Vera*: ogni assegnamento la soddisfa

*Falsa*: nessun assegnamento la soddisfa

**NB**: in una struttura una *formula chiusa* non può essere al contempo soddisfacibile ma non vera, quindi è solo vera o falsa

Su una segnatura: (quindi non si ha interpretazione)

*Soddisfacibile*: esiste almeno un modello, cioè esiste una interpretazione con un assegnamento che sia un modello, altrimenti è insoddisfacibile o contraddittoria

*Valida*: ogni interpretazione è un modello

*Contraddittoria*: nessuna interpretazione è un modello

è valida sse è insoddisfacibile

**NB**: Chiusura universale di vera(valida) sse è vera(valida)

Chiusura esistenziale di è vera(valida) sse è soddisfacibile

**Determinare soddisfacibilità verità o insoddisfacibilità**

[ESEMPIO]:

vera in

vera in

falsa in

è soddisfacibile ma non vera

**Esempio di tautologia** f.b.f. logicamente valida ottenuta da una tautologia di logica preposizionale

**Forma normale prenessa** dove e è una f.b.f. che non contiene quantificatori.

Si ottiene con equivalenze semantiche:

1. )
2. )
3. )
4. )

Si opera la sostituzione se e solo se , e si sostituisce con una variabile che è libera per x in

**Forma di Skolem** in forma normale prenessa e non contiene quantificatori esistenziali

1. Portare in forma prenessa
2. Osservare primo quantificatore

* Se è allora si elimina e si sostituisce ogni occorrenza di che è diventata libera con una nuova costante
* Se si incontrerebbe esistenziale dopo altri , allora si elimina e si sostituisce ogni occorrenza di che è diventata libera con un nuovo termine

1. Tornare al punto 2 fino a che non si ha una forma di Skolem

NB: se non ha nessuna nel su campo d’azione, può essere eliminata senza ulteriori operazioni

**Teorema di Skolem** una f.b.f. è insoddisfacibile sse una forma di Skolem della sua chiusura universale è insoddisfacibile

**Teorema di correttezza e completezza** sia una formula del linguaggi del primo ordine contenente solo gli operatori , , , allora: se allora è vera per ogni modello ed è logicamente valida; se è logicamente valida allora

**Teorema di deduzione sintattica** siano e delle formule del primo ordine contenti solo gli operatori , , , e sia un insieme di formule, allora se è chiusa: sse

**Sostituzione** Insieme di regole del tipo dove è una variabile e è un termine diverso con cui sostituirla.

Il prodotto di sostituzioni corrisponde alla loro applicazione successiva. Un unificatore è una sostituzione che dato un insieme di stringhe a cui è applicata lo trasforma in un insieme di stringhe tutte uguali.

[ESEMPIO] Si vuole unificare , si nota che il primo argomento delle A è diverso, allora si utilizza la sostituzione ottenendo. Ora si nota che il secondo argomento delle A contiene sia una costante che una lettera funzionale non si può procedere con una ulteriore sostituzione, quindi l’insieme non è unificabile.

[ESEMPIO] è unificabile: infatti applicando prima e poi si ottiene

**Stabilire se una f.b.f. è cons. semantica di insieme di f.b.f.**

sse , dove è la chiusura universale di , sse è insoddisfacibile. Si portano in forma di Skolem e ; si portano in forma di clausola le loro matrici e si ottiene l’insieme delle clausole. Si applica il metodo di risoluzione: se si riesce a ottenere la clausola vuota allora è insoddisfacibile e .

[ESEMPIO] e ; vogliamo stabilire se . Si fa la chiusura universale di ottenendo (). Si skolemizza le formule di e si pongono in forma a clausoe ottenendo l’insieme di clausole:

Si separano le variabili ottenendo l’insieme:

Si applica la risoluzione

**NEXT**